ALGORITHMES EVOLUTIONNISTES

(et autres heuristiques d'inspirations biologiques)

Pr. Fabien MOUTARDE
Centre de Robotique
MINES ParisTech
PSL Université Paris

`Fabien.Moutarde@mines-paristech.fr`
`http://people.mines-paristech.fr/fabien.moutarde`

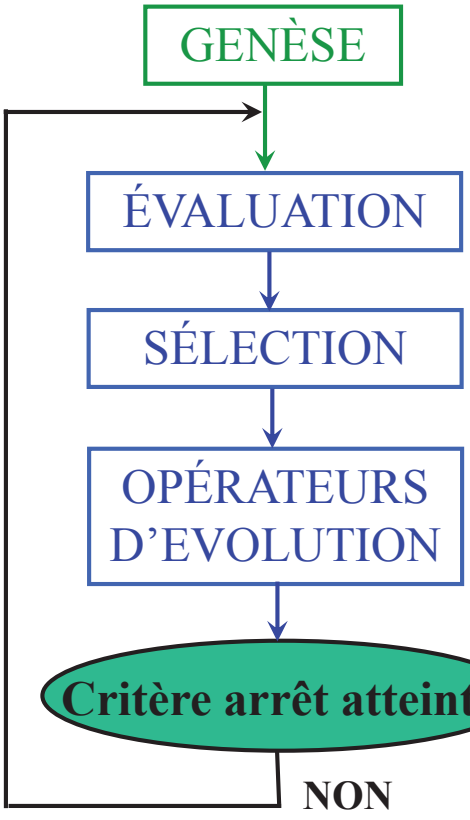
Idée générale

Algorithmes d'optimisation
(au sens large, i.e. par forcément numérique)
conçus par *inspiration/imitation du processus d'évolution des espèces* (théorie Darwinienne)

- **1962 : John Holland → base des Algos génétiques binaires**
- **1989 : David E. Goldberg → popularisation des AG**

Sortes de recherche par « marche aléatoire dirigée »

Schéma général commun



Création (généralement aléatoire) d'une population initiale

Notion de « degré d'adatation » (« fitness ») des individus

On favorise les « plus aptes »

Nouvelle génération (ou modif. de la population), avec reproduction/*modifications/combinaisons* des individus de la génération n-1

Récupérer le (voire les) meilleur(s) individu(s) de la population finale

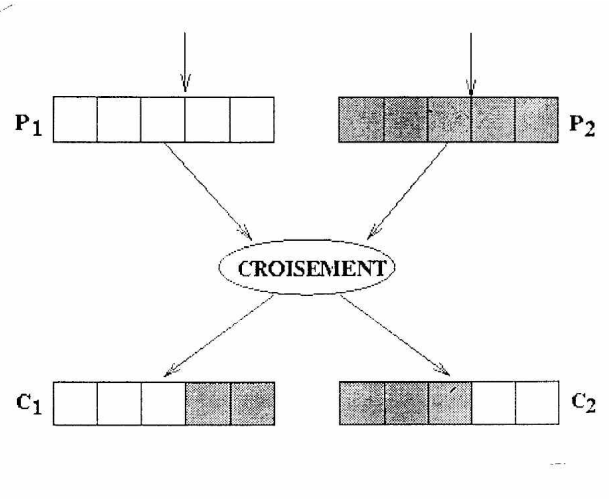
Algorithmes génétiques

- **Cas particulier où chaque individu est représenté par un « génome » (séquence de bits, ou d'entiers, de réels,…)**
- **Les opérateurs d'évolution sont :**
  - **Mutation (remplacement aléatoire d'un, ou plusieurs, élément(s) du génome par une valeur aléatoire)**
  - **Croisement (recombinaison des génomes de 2 individus)**

➔ Hyper-paramètres principaux :
taux de mutation et taux de croisement

Croisement

- **Paire de « parents » tirés au hasard (mais avec proba proportionnelle à leur fitness)**



➔ **2 « enfants » (ou 1 seul) combinant des morceaux des génomes des 2 parents (diverses façon de combiner…)**

Quelques résultats théoriques

- **R. Cerf (1994) : avec « Théorie des schémas » + processus stochastiques (chaînes de Markov), a montré dans cas des AG à génomes binaires :**
  1. **Quelle que soit la population initiale, l'AG converge (si la taille de population est « assez grande »)**
  2. **Si on ne conserve pas systématiquement à l'identique *le meilleur* individu d'une génération dans la suivante, alors la limite n'est PAS l'optimum !!**
  3. **Si au contraire on impose cet « élitisme », alors l'AG converge bien vers l'optimum GLOBAL**
     [mais on ne sait pas en combien de temps…]
  4. **La convergence est assurée par les mutations, même sans croisement (le rôle de ceux-ci seraient donc surtout d'accélérer la convergence)**

Variantes et astuces

- **Dans cas réels, la recherche peut « stagner » dans un minimum local, notamment à cause d'une trop grande uniformisation de la population. Solutions possibles :**
  - **Variation (automatique ou manuelle) du taux de mutation (et éventuellement de croisement)**
  - **Éliminations des doublons**
  - **« prohibition de l'inceste » (interdire à des individus trop similaires de se reproduire entre eux…)**

Et aussi de nombreuses variantes :

- **Croisement à N points**
- **Croisement « arithmétique » (cas génome NON binaire) : au lieu que chaque gène vienne soit du père soit de la mère, faire pour chaque gène à la position i :** $g_i(fils) = \alpha \cdot g_i(mère) + (1-\alpha) \cdot g_i(père)$
- **« orgies » (reproduction à plus que 2…)**
- **Longueur génome variable, etc…**

Applications des Algos Génétiques

Tous les problèmes où il faut « chercher une aiguille dans une botte de foin »

(surtout si critère à optimiser n'est PAS différentiable par rapport aux paramètres)

- **Optimisation numérique : trouver maximum d'une fonction, *principalement dans cas implicite ou non-dérivable* (sinon, méthodes type gradient possibles…)**
- **Optimisation combinatoire (style « problème du voyageur de commerce », « sac à dos », …) *[mais pas toujours évident de trouver bonne représentation génétique pour gérer au mieux les éventuelles contraintes]***
- **Apprentissage NON-supervisé**

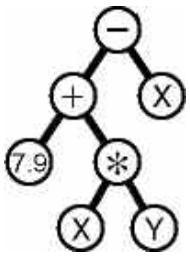
Algos génétiques et réseaux neuronaux

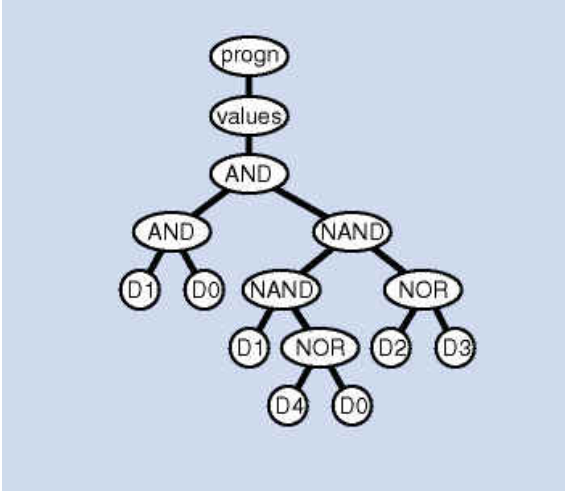
- **Génome = poids des connections $\{W_{ij}\}$ d'un réseau → permet de trouver un $\{W_{ij}\}$ optimal *même si neurones NON dérivables*, ou bien pour *certains types d'apprentissages NON-supervisés* (où on ne connaît pas sorties désirées, ni critère mathématique qu'elles devraient vérifier, mais *on peut évaluer « performance » par simulation*)**

- **Génome = codage des *paramètres* d'apprentissage → AG pour trouver meilleur réglage de ceux-ci sur un problème, ou classe de problèmes**
- **Génome = codage de l'algo lui-même → recherche d'algos d'apprentissage plus efficaces (« evolution of learning »)**

Programmation génétique (Genetic Programming, GP)

- **Variante assez récente (Koza, 1992, Stanford) dans laquelle les gènes sont non plus des valeurs organisées en séquence, mais des opérations ou instructions organisées en arbre**

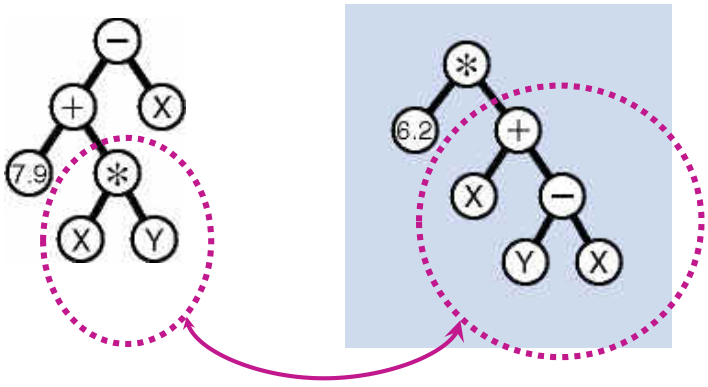




- **Permet de la « régression symbolique », voire de la génération automatique de programme…**

Adaptation opérateurs « standards » à la programmation génétique

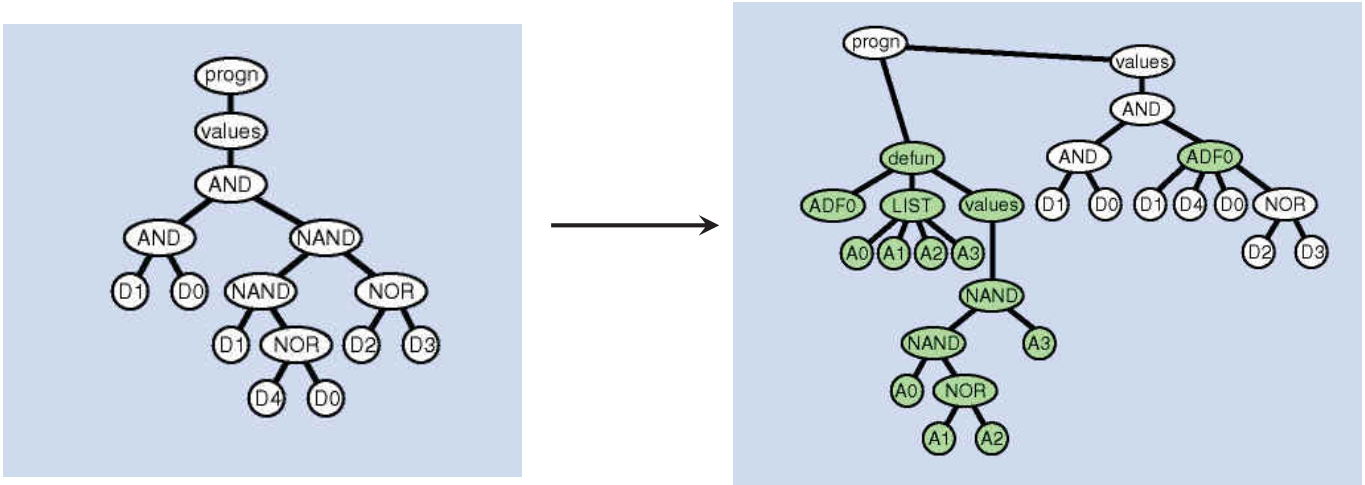
- **Mutation : remplacement de sous-arbre par un autre généré aléatoirement**
- **Croisement ➔ échange de sous-arbres (compatibles)**



Principal problème avec GP : contrôler la croissance de la complexité des arbres (toujours le rasoir d'Ockham…)

Opérateurs spécifiques à la programmation génétique

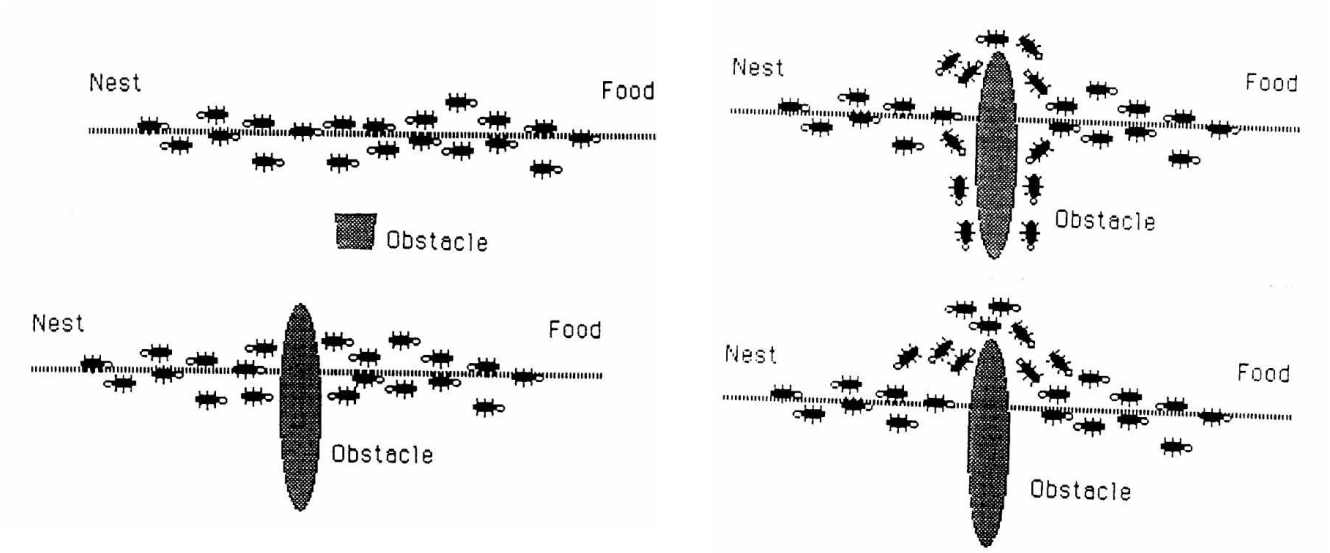
- **Création de fonction**



- **Création de boucle d'itération**
- **etc…**

Autres heuristiques d'inspiration biologique (1)

- **Colonies de fourmis (Ant Colony Optimization, ACO)**



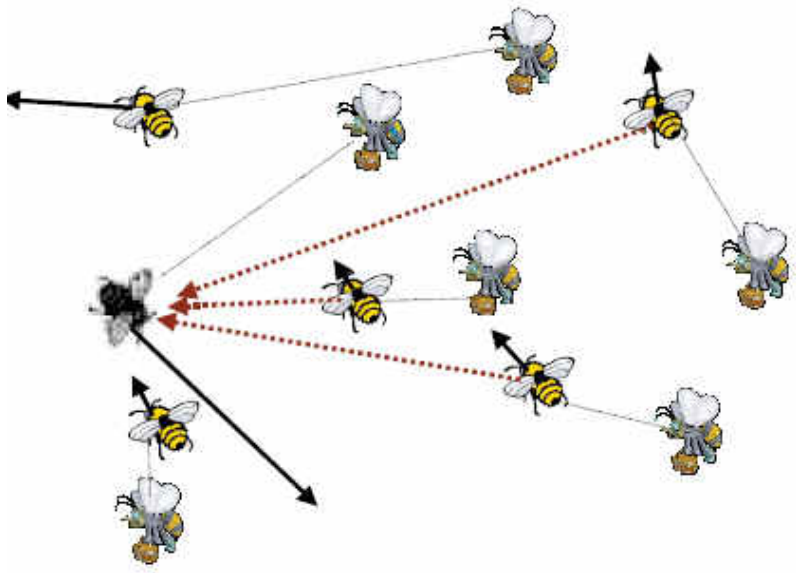
Dépose individuelle de « phéromone » et comportement « bête »

[suivre trace de max(parfum)]

➔ **comportement collectif émergent « intelligent »**

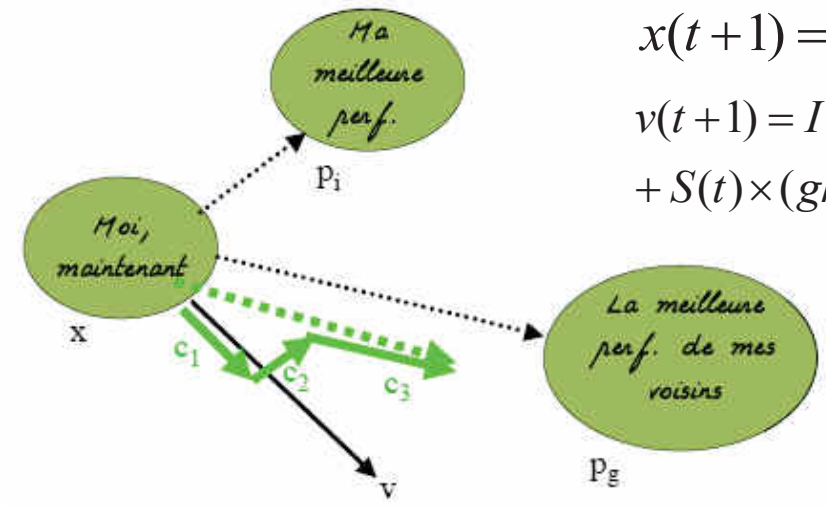
Autres heuristiques d'inspiration biologique (2)

Optimisation par Essaim Particulaire, OEP (Particle Swarm Optimization, PSO)



- **Inspiration : comportement d'essaim (abeilles, …)**
- **Principe = agents à mémoire coopérant par communications**

Optimisation par Essaim Particulaire : explicitation de l'algorithme



$$x(t+1) = x(t) + v(t+1)$$

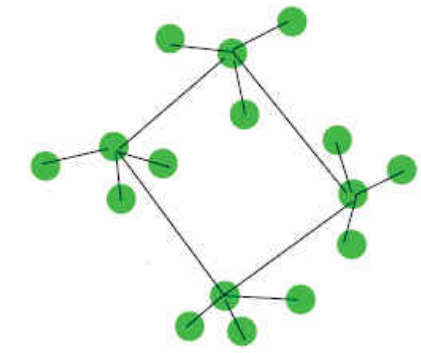
$$v(t+1) = I(t) \times v(t) + N(t) \times (h_{best}(t) - x(t)) + S(t) \times (gh_{best}(t) - x(t))$$

$$I(t) = I \times u[0;1]$$
$$N(t) = N \times u[0;1]$$
$$S(t) = S \times u[0;1]$$

- **A chaque itération, chaque particule se déplace selon un compromis entre les 3 tendances suivantes :**
  - **répéter son précédent mouvement ;**
  - **se diriger vers sa meilleure position passée ;**
  - **se diriger vers la meilleure position (passée) de son groupe d'informatrices.**

Paramètres de l'OEP

- **Nombre de particules**
- **Topologie des voisinages**
  - **complet**
  - **circulaire**
  - **« small world »**



- **I (inertie), N (« nostalgie »), S (suivisme)**

  analyse théorique de la dynamique y(t+1)=Ay(t)+Bp avec y=(x,v)

  ➔ préférer I ~ 0,7 et N~S~1.5 pour convergence

Analyse dynamique

OEP simplifié

- Dimensions traitées indépendamment
- Variable aléatoires remplacées par valeurs moyennes
- Notation $b = (b_1 + b_2)/2$

$$p = \frac{b_1}{b_1 + b_2} p_1 + \frac{b_2}{b_1 + b_2} p_2$$

- Sans perte de généralité $c = 1$, $d = 1$

Reste :

$$v_{k+1} = a v_k + b(p - x_k)$$

$$x_{k+1} = x_k + v_{k+1}$$

Analyse dynamique OEP (2)

- **Ecriture matricielle**

Notation : $y_k = \begin{bmatrix} x_k \\ v_k \end{bmatrix}$ $A = \begin{bmatrix} 1-b & a \\ -b & a \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} b \\ b \end{bmatrix}$

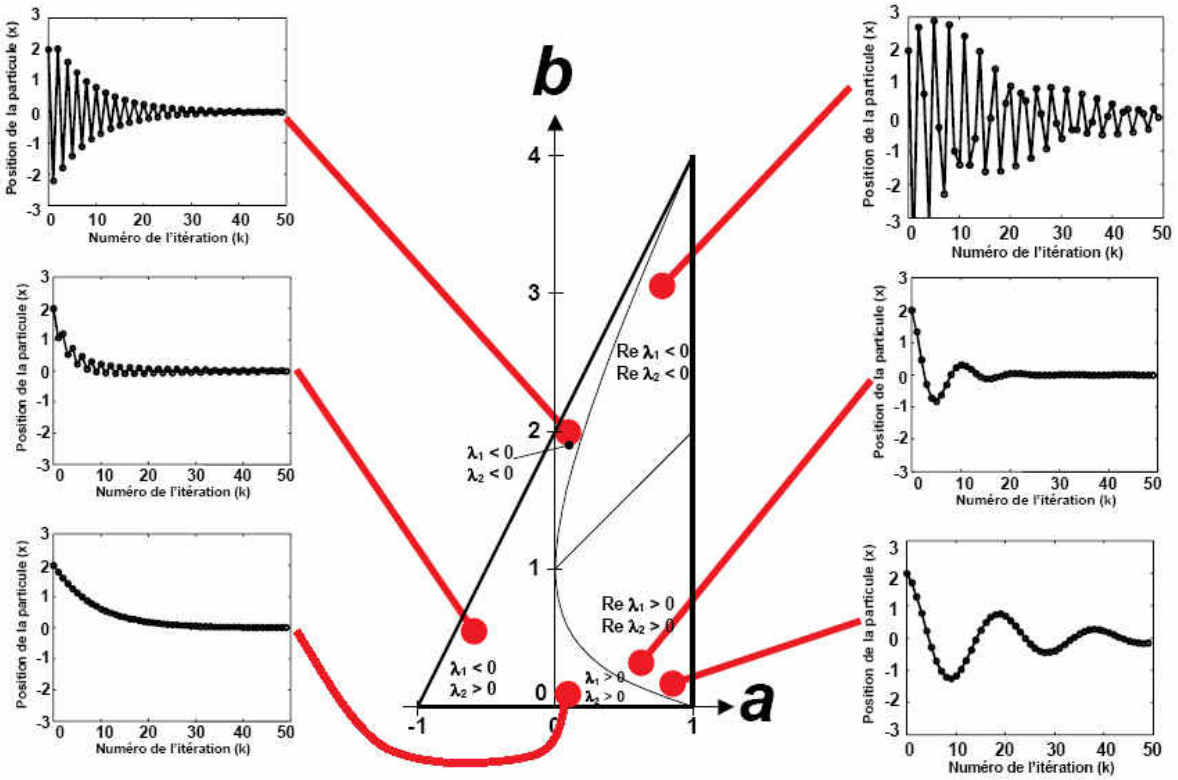
$$y_{k+1} = A y_k + B p$$

Point d'équilibre : $y^{eq} = \begin{bmatrix} p \\ 0 \end{bmatrix}$

Equation caractéristique :

$$\lambda^2 - (a - b + 1)\lambda + a = 0$$

Comportements dynamiques OEP



[Trelea, I. C., "The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection", Information Processing Letters, vol. 85, no. 6, pp. 317-325, Mar.2003]

Historique et avantages OEP

- **Inventé vers 1995 par Russel Eberhart et James Kennedy (initialement pour modéliser interactions sociales)**

- **Avantages :**
  - **Très simple et rapide**
  - **Bons résultats sur pb difficiles d'optimisation**
  - **Robustesse vis-à-vis réglage paramètres**
  - **Très bon comportement si multiples optima**
  - **Bien adapté à pb à dimensions « hétérogènes » (cf. chaque dim est traitée séparément)**